

Lista 1
Opis położenia bryły sztywnej w przestrzeni euklidesowej

1. Pokazać własności macierzy rotacji $R_{\mathcal{Y},\theta}$

- (a) $\det R_{\mathcal{Y},\theta} = 1$,
- (b) $R_{\mathcal{Y},\theta}^{-1} = R_{\mathcal{Y},\theta}^T$,
- (c) $R_{\mathcal{Y},0} = I_3$,
- (d) $R_{\mathcal{Y},\theta_1} R_{\mathcal{Y},\theta_2} = R_{\mathcal{Y},\theta_1+\theta_2}$,
- (e) $R_{\mathcal{Y},-\theta} = R_{\mathcal{Y},\theta}^{-1}$.

2. Wyznaczyć macierze R , pokazać że definiują one obroty w $\mathbb{R}^3$

- (a) $R = R_{\mathcal{Z},30^\circ} R_{\mathcal{X},60^\circ}$
- (b) $R = R_{\mathcal{X},45^\circ} R_{\mathcal{Y},30^\circ}$

3. Znaleźć macierz rotacji $R \in SO(3)$, która odpowiada kątom Eulera

- (a) $\phi = 30^\circ, \theta = 45^\circ, \psi = 30^\circ$
- (b) $\phi = 45^\circ, \theta = 135^\circ, \psi = 300^\circ$
- (c) $\phi = 45^\circ, \theta = -30^\circ, \psi = -45^\circ$

4. Mając dane kąty RPY wyznaczyć macierz rotacji $R \in SO(3)$

- (a) $\phi = 135^\circ, \theta = 45^\circ, \psi = 30^\circ$
- (b) $\phi = 45^\circ, \theta = 120^\circ, \psi = 270^\circ$
- (c) $\phi = 45^\circ, \theta = -30^\circ, \psi = 30^\circ$

5. Znaleźć reprezentację w kątach Eulera lub RPY macierzy rotacji

- (a) $R = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (b) $R = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{4} & -\frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$
- (c) $R = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$

6. Wyznaczyć przekształcenie odwrotne do $T = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, obliczyć wartości dla

- (a) $R = R_{\mathcal{Z},45^\circ} R_{\mathcal{X},30^\circ} \quad d = [2 \quad -1 \quad 1]^T$
- (b) $R = R_{\mathcal{X},60^\circ} R_{\mathcal{Y},30^\circ} \quad d = [1 \quad 0 \quad -2]^T$